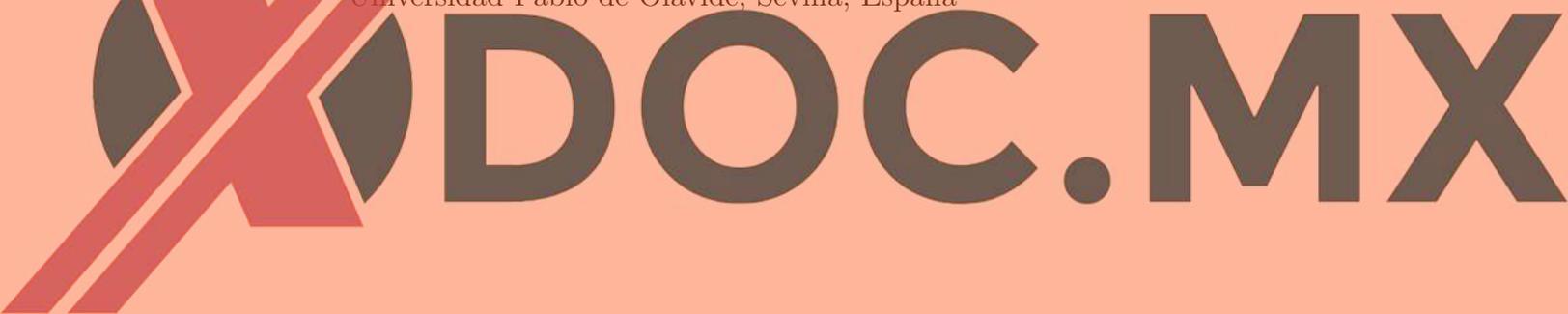


This is a reprint of
Lecturas Matemáticas
Volumen 25 (2004), páginas 159–190

Los sistemas de numeración maya, azteca e inca

EUGENIO M. FEDRIANI MARTEL & ÁNGEL F. TENORIO
VILLALÓN
Universidad Pablo de Olavide, Sevilla, España

The logo for XDOC.MX features a large, stylized 'X' on the left, composed of two overlapping red and dark red shapes. To the right of the 'X' is the text 'DOC.MX' in a bold, dark grey, sans-serif font. The entire logo is set against a solid orange background.

XDOC.MX

Los sistemas de numeración maya, azteca e inca

EUGENIO M. FEDRIANI MARTEL & ÁNGEL F. TENORIO VILLALÓN
Universidad Pablo de Olavide, Sevilla, España

ABSTRACT. This paper describes how the ancient Mayans, Aztecs, and Incas counted. It also discusses other methods of counting and calculating used in Precolumbian civilizations. The most commonly accepted hypotheses about the origins of numerical systems in these civilizations are presented, and social/cultural influences on the development of number systems are discussed.

Key words and phrases. Precolumbian Mathematics, numeration system, numbers, arithmetic.

2000 Mathematics Subject Classification. Primary: 01A12.

RESUMEN. En este trabajo se explica cómo contaban mayas, aztecas e incas. También se hace referencia a algunos otros métodos de conteo y cálculo en las civilizaciones de la América precolombina. Igualmente indicamos las hipótesis más aceptadas acerca de los orígenes de los sistemas de numeración de dichas civilizaciones, aludiendo a las posibles influencias de la sociedad en la elaboración de los mismos.

1. Introducción a los sistemas de numeración

Los números son unos de los objetos matemáticos que han ido apareciendo de una manera u otra en todas las culturas. La arqueología parece

confirmar que la idea de número y su utilización surge en el mundo hace más de 30.000 años y es muy posible que los ordinales precedieran a los cardinales. Aunque pueda parecer extraño, el número no surgió para contar o medir, sino para ordenar. Cuando nuestros lejanos antepasados celebraban sus ceremonias religiosas, necesitaban una forma de establecer el orden de participación de cada uno y un modo de hacer que todos supieran cuándo actuar.

La necesidad de contar objetos o de medir magnitudes surge en el momento en que se quiere crear una estructura social organizada y estructurada, pero la forma en que se han representado los números a lo largo de la historia sí ha evolucionado e incluso, en un mismo período temporal, ha dependido de la zona geográfica y de la propia cultura que los desarrollase. La manera de representar los números, según algunos autores como GUEDJ [1996], puede ser una de las tres siguientes: visual, oral y escrita. Tanto la visual como la oral serían posibles en los diversos pueblos surgidos a lo largo de la historia, pero la escrita solo sería posible en aquellas civilizaciones en las que hubiese aparecido la escritura.

Dependiendo del canal de comunicación a emplear para representar los números, GUEDJ [1996] habla de los siguientes tres tipos de sistemas de numeración:

1. **Sistemas de numeración figurada:** son los constituidos por un sistema de marcas físicas realizadas sobre soportes u objetos. Entre estos sistemas de numeración se encuentran las cuerdas con nudos o quipus de los incas (desarrollados en el s. XIII d.C.), de las que hablaremos más adelante.
2. **Sistemas de numeración hablada:** son los que atribuyen un nombre a cada número con palabras de la lengua natural, de modo que al transcribirlas por escrito, se escribirían con todas sus letras como en: uno, dos, mil...
3. **Sistemas de numeración escrita:** son los que emplean símbolos ya existentes o inéditos para representar los números. Entre estos sistemas se encuentran los sistemas de numeración de los mayas y de los aztecas que describiremos después.

La mayoría de los sistemas de numeración que han aparecido en la historia han considerado una base que les permitía expresar los números empleando una cantidad pequeña de símbolos. Además, el uso de una base permitía agrupar unidades y establecer así una escala en la sucesión de los números, definiendo unidades de diversos órdenes. La utilización de una base se justifica en la economía del lenguaje y en la necesidad de establecer un sistema con una cantidad finita de signos (aunque haya infinitos entes representados).

GUEDJ [1996] da una segunda clasificación de los sistemas de numeración basada en cómo deben interpretarse los símbolos de un sistema de numeración escrita. Hay posibles interpretaciones:

- **Sistema de numeración aditivo:** solo se emplea la operación adición para componer los números a partir de las cifras.
- **Sistema de numeración híbrido:** se emplean tanto la adición como la multiplicación a la hora de componer los números. La adición sirve para contabilizar qué aporta cada potencia de la base, mientras que en una misma potencia se recurre a la multiplicación.
- **Sistema de numeración de posición:** los sistemas de numeración posicionales emplean unos símbolos, que denominamos cifras y tienen un valor dependiendo del lugar donde se sitúan.

Ya que estamos hablando de los sistemas de numeración y, por tanto, de la representación de los números naturales, debemos hacer una aclaración acerca del número cero, "0". En los textos clásicos de historia de las matemáticas, se afirma con absoluta rotundidad que el cero, como número, surgió en la Antigua India. No obstante, existen dos civilizaciones previas que emplearon sistemas posicionales de numeración y que poseían un símbolo para indicar la ausencia de número en una posición. Así los babilonios, con anterioridad al s.III a.C., representaron esta ausencia de cifra en una unidad con una doble espiga inclinada. Igualmente los mayas, posteriormente, emplearon un signo gráfico que les permitía separar unidades de diferente orden, de modo que la posición intermedia estaba vacía. Pero en ninguno de estos dos casos este símbolo se convierte en un número, sino en un método para obtener una representación libre de todo tipo de ambigüedad a la hora de expresar

los números en sus respectivos sistemas de numeración. Esta opinión es la defendida por autores como GUEJ [1996] o JOSEPH [2000] y nosotros la secundamos debido a que los números en estas civilizaciones no eran objetos abstractos, sino que siempre iban acompañados de aquello que medían o contabilizaban.

2. Sistemas de numeración en las culturas de la América precolombina

En la Introducción hemos indicado los posibles sistemas de numeración que utilizar según empleemos la vista, el lenguaje oral o la escritura. Igualmente, hemos hecho referencia a que en estos sistemas suelen emplearse además agrupaciones de las unidades y, por tanto, son sistemas de numeración que poseen una *base*.

En esta sección indicaremos algunos sistemas de numeración empleados por las civilizaciones precolombinas de Iberoamérica. Posteriormente profundizaremos en las de las tres civilizaciones más importantes de la misma: la civilización maya, la azteca y la inca.

Debido a que no poseían un lenguaje escrito o a que aún no se ha podido descifrar dicha escritura (como ocurre con el caso de los mayas y de los aztecas), los datos escritos de los que tenemos constancia directa sobre estas civilizaciones y que sean contemporáneos a las mismas se han obtenido por medio de los documentos que elaboraron los españoles durante los siglos XVI y XVII, tras la conquista y destrucción de dichas civilizaciones. No obstante, en los monumentos y papiros con jeroglíficos que nos han llegado a la actualidad (y que no siempre corresponden a un lenguaje escrito) y en la información recopilada por algunos de los españoles que conquistaron y colonizaron las Américas, se ha podido deducir algún conocimiento de sus matemáticas. De hecho, según la mayoría de los autores que han tratado este tema, el único conocimiento matemático del que se puede asegurar su existencia es el obtenido de dichas fuentes y de las obtenidas gracias a etnólogos, viajeros y lingüistas (aficionados o profesionales) que han desarrollado sus estudios durante los siglos XIX y XX. Nos referiremos, por citar a algunos, a trabajos y estudios como los realizados en [10, 11, 18].

Como hemos dicho antes, tres fueron las civilizaciones precolombinas principales: la maya, la azteca y la inca. Las dos primeras usaban un sistema de numeración que suele clasificarse como *vigesimal* (aunque los mayas empleaban también la base cinco en dicho sistema), mientras que los incas empleaban uno *decimal posicional*. Sin embargo, no fueron las únicas poblaciones que desarrollaron sistemas de numeración y ni siquiera fueron siempre esas las bases empleadas.

Los sistemas ternarios (base tres) fueron empleados, por ejemplo, por una tribu brasileña que para contar hacía uso de las tres articulaciones de las falanges de los dedos. Si queremos ejemplos de sistemas cuaternarios (base cuatro) podemos encontrarlos tanto en diversas tribus sudamericanas como en la tribu de indios yuki, en California. Estos últimos empleaban para contar los huecos que hay entre los dedos de la mano.

Pero los sistemas de numeración que alcanzaron mayor difusión fueron los quinaros, que empleaban el cinco como base. Una explicación para convencerse del uso del cinco como la base más difundida para los sistemas de numeración puede hallarse, según diversos autores [DEL REY, 2004; JOSEPH, 2000], en que existen diversos idiomas donde las palabras “cinco” y “mano” eran coincidentes o tenían un parentesco muy marcado. Por poner un ejemplo, la tribu de indios tamancos de Sudamérica usaban para “cinco” la misma palabra que para “mano”; para “seis” la correspondiente a “uno en la otra mano”; así se continuaría hasta “diez” que sería “ambas manos”; para “once” se comenzaban a contar los dedos del pie, por lo que emplean la palabra “uno del pie”; para “quince”, la palabra “un pie completo”; y para “veinte”, la palabra “un indio”. Una vez completados los dedos de las extremidades de un indio, se pasa ya a un segundo indio, por lo que para “veintiuno” usarían la palabra “uno en la mano de otro indio”, y así “dos indios”, “tres indios”...

3. El sistema de numeración maya

El período clásico de la civilización maya abarca del 250 d.C. al 900 d.C., aunque se construyó partiendo de una civilización que llegó a habitar un territorio que corresponde en la actualidad a lo que se ha dado en llamar la zona mesoamericana (a saber: Guatemala, México, Belice y Honduras) y que se remonta al 2000 a.C.

Los conocimientos que se tienen de la civilización maya y, por tanto, de sus conocimientos matemáticos proceden de las siguientes tres fuentes según JOSEPH [2000]:

1. Las inscripciones jeroglíficas localizadas en columnas llamadas *estelas*. Éstas se construyeron cada veinte años durante, al menos, cinco siglos y registraban la fecha exacta de construcción, los principales hechos durante esos veinte años y los nombres de los nobles y los sacerdotes prominentes.
2. Las pinturas y jeroglíficos encontrados en paredes de minas y cuevas mayas contenían valiosísima información tanto de su vida cotidiana como de sus actividades científicas.
3. Los manuscritos supervivientes a la conquista y posterior destrucción española de la cultura maya. Los más importantes son el Códex de Dresde (en la Sächsische Landesbibliothek), el Códex Peresianus o de París (en la Biblioteca Nacional de París) y el Códex Tro-Cortesiano o de Madrid (en el Museo de América, en Madrid). Las Figuras 1, 2 y 3 corresponden a fragmentos del Códex de Dresde, del de París y del de Madrid, respectivamente.

El Códex de Dresde es un tratado sobre astronomía y consiste en una copia hecha en el s. XI de la obra original, que databa del s. VII u VIII. Este códice es una de las principales fuentes de información existentes sobre el sistema de numeración maya.



FIGURA 1: CÓDEX DE DRESDE Y DOS FRAGMENTOS SUYOS.



FIGURA 2: FRAGMENTO DEL CÓDEX DE PARÍS.



FIGURA 3: FRAGMENTO DEL CÓDEX DE MADRID.

Los mayas idearon y utilizaron durante el primer milenio de nuestra era un sistema de numeración posicional vigesimal de una gran eficacia y cuya representación solo requería de tres símbolos: el punto, la raya y el óvalo. El sistema de numeración maya, en opinión de GUEDJ [1996], fue uno de los más económicos que han existido.

El estudio de este códice ha permitido establecer que la civilización maya empleaba un sistema de numeración vigesimal que usaba de manera auxiliar otro de base 5. Los dos símbolos numéricos utilizados eran: un *punto redondo* para el 1 (éste procedería de un guijarro [O'CONNOR & ROBERTSON, 2000]) y una *raya o barra* para el 5 (éste procedería de cinco puntos tachados [DEL REY, 2004], de un palo usado para contar [O'CONNOR & ROBERTSON, 2000] o de un cayado [JOSEPH, 2000]). El resto de los números entre 1 y 19 se obtenían mediante combinaciones de puntos y rayas (véase la Figura 4). El sistema de numeración maya era posicional y se escribía en vertical (de arriba hacia abajo), comenzando con la cifra correspondiente al nivel superior.

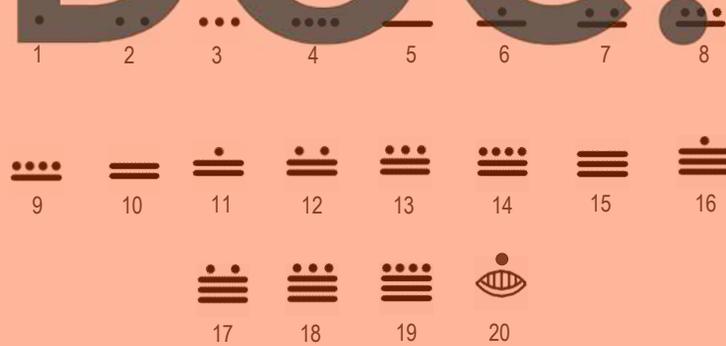


FIGURA 4: PRIMEROS VEINTE NÚMEROS DE LA NUMERACIÓN MAYA.

Al ser un sistema posicional, se necesitaba de un signo o símbolo que indicase cuándo en una posición no había ninguna cantidad y, por tanto, su valor era cero. El símbolo que se empleó fue un óvalo horizontal que, según la mayoría de autores [CASADO, 1997–2000; JOSEPH, 2000; GUEDJ, 1996], representaba la concha de un caracol. En la Figura 5 pueden